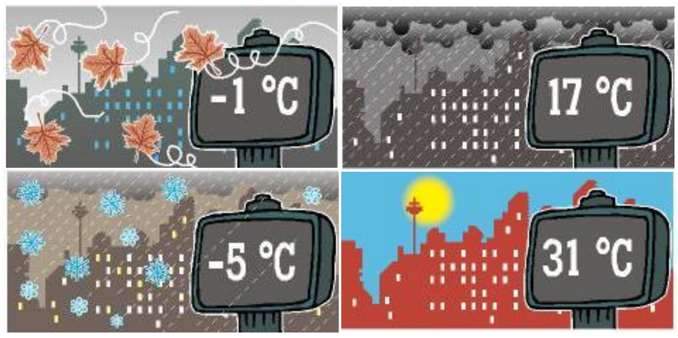
INSTITUCION EDUCATIVA LAS FLORES

AREA: MATEMÁTICA   DOCENTE: RAÚL E. PINO   GRADO: SEPTIMO

GUIA DE ESTUDIO PARA LA NIVELACIÓN

NÚMEROS ENTEROS

Fíjate en las temperaturas que marcan estos termómetros en diferentes épocas del año.



−1 −5	31 17
Números enteros negativos Expresan cantidades que son menores que cero	**Números enteros positivos** Expresan cantidades que son mayores que cero

El conjunto de los números enteros lo notamos con la letra **Z**. Los números enteros están formados por los enteros positivos, los enteros negativos y el cero. El 0 no se considera ni positivo ni negativo.

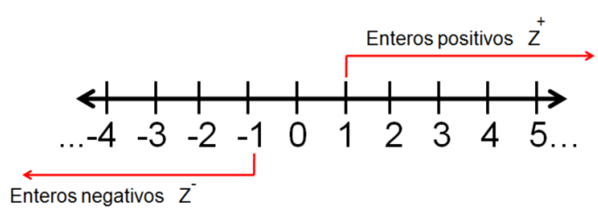
Z = {…, −3, −2, −1, 0, 1, 2, 3, 4,…}

$Z = Z^{-}$ U {0} U Z^{+}; Z^{+} es el mismo conjunto de los N

Escritura sencilla: Los números positivos se escriben sin signo. Los números negativos se escriben siempre con signo y entre paréntesis cuando sea necesario.

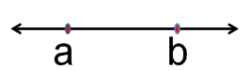
Por ejemplo: 3 + 5 + (−2) + (−4) + 1 =... (Se entiende que 3, 5 y 1 son positivos)

En la recta numérica



ORDEN EN LOS ENTEROS

"a es menor que b es lo mismo que "b es mayor que a" y se escribe b > a gráficamente la situación a < b se representa localizado sobre una recta.



1. Si a < b o a = b se dice que "a es menor o igual que b y se escribe a $\leq$ b. ejemplo:

   En cada par de número escribir el signo < (menor), > (mayor) o = (igual) según corresponda   a. 5 > −8   b. −9 < 3   c. 0 > −7   d. −6 < −4

2. Ordenamos en forma ascendente (menor a mayor) los siguientes números enteros

   a) −2, 3, −4, 0, −8, −3, 4, 7, 2, −7 = −8, −7, −4, −3, −2, 0, 2, 3, 4, 7
   Para el orden de los enteros debes tener en cuenta la recta

VALOR ABSOLUTO

La temperatura es agradable: +18 °C   Hace muchísimo frío: -18 °C

Los números +18 y −18 son distintos: el primero es positivo y el segundo negativo. Pero +18 y −18 tienen el mismo valor absoluto: 18

El **valor absoluto** de un número entero es el que se obtiene al prescindir de su signo.

El valor absoluto se representa mediante dos barras que encierran al número:

| +200 | = 200	Se lee: "El valor absoluto de +200 es 200".
| −200 | = 200	Se lee: "El valor absoluto de −200 es 200".

Podrás encontrar una mayor explicación en

http://pinomat.jimdo.com

OPERACIONES CON NUMEROS ENTEROS

ADICION DE NUMEROS ENTEROS: para sumar números enteros se pueden presentar los siguientes casos:

- La suma de dos enteros positivos es positiva, ejemplo:

a. 8 + 7 = 15 **b. 3 + 4 + 6 = 13** (sumo y conservo el signo)

- La suma de dos enteros negativos es negativa, ejemplo:

a. – 4 + (–8) = – 12 **b. –3 + (– 4) + (–8) = –15** (sumo y conservo el signo)

- Para sumar dos enteros de diferentes signos se restan sus valores absolutos y al resultado se le escribe el signo del entero con mayor valor absoluto, ejemplo:

a. – 12 + 5 = – 7 (es negativo porque el 12 tiene mayor valor absoluto)

b. 18 + (–12) = 6 (es positivo porque el 18 tiene mayor valor absoluto)

- Para sumar varios enteros, se suman aparte los positivos y aparte los negativos y se procede como en el caso anterior, ejemplo:

a. $\mathbf{\underline{8} - 4 \underline{+ 2} - 5 = \underline{10} - 9 = 1}$ **b.** $\mathbf{- 8 \underline{+ 4} \underline{+ 2} - 5 = \underline{6} - 13 = -7}$

PROPIEDADES DE LA ADICION EN Z

La adición en Z cumple las mismas propiedades de la adición en N

P. CLAUSURATIVA: la suma de dos enteros es siempre otro entero, ejemplo:

a. 8 + 6 = 14 b. 3 + 6 + 8 =17

P. CONMUTATIVA: al sumar dos o más números enteros el orden se puede cambiar y no altera el resultado, ejemplo:

a. 8 + 6 = 6 + 8 b. 5 + (− 6) = (− 6) + 5

P. ASOCIATIVA: para sumar dos o más números enteros se pueden agrupar los números enteros y no varía el resultado. Ejemplo:

a) $2 + \underbrace{(3 + 5)} = \underbrace{(2 + 3)} + 5$
$2 + 8 = 5 + 5$
$10 = 10$

b) $3 + \underbrace{((4 + (-6))} = \underbrace{(3 + 4)} + (-6)$
$3 + (-2) = 7 + (-6)$
$1 = 1$

P. MODULATIVA: la suma de todo entero y cero siempre es el mismo número. Ejemplo:

a. 4 + 0 = 4 b. – 3 + 0 = – 3

P. INVERTIVA: todo número entero sumado con su inverso aditivo u opuesto es cero. Ejemplo: a. 4 + (– 4) = 0 b. – 3 + (– 3) = 0

SUSTRACCION DE NUMEROS ENTEROS

Se pueden presentar cuatro casos:

- De un número positivo restar otro positivo.
  Ejemplo: **a. 30 – 12 = 18** **b. 14 – 20 = – 6**

- De un número positivo restar uno negativo.
  Ejemplo: **a. 8 – (– 2) = 8 + 2 = 10** **b. 6 – (– 9) = 6 + 9 = 15**

Se estudia para triunfar, se triunfa si se aprende y, si aprendes, triunfas

- De un número negativo restar uno positivo.
  Ejemplo: **a. – 8 – 7 = – 15** **b. – 4 – 5 = – 9**

- De un número negativo restar uno negativo, ejemplo:

a. – 8 – (–3) = – 8 + 3 = – 5 **b. – 12 – (–14) = – 12 + 14 = 2**

ECUACIONES

Una ecuación es una igualdad condicionada al valor que debe tomar la incógnita que hace la igualdad verdadera.

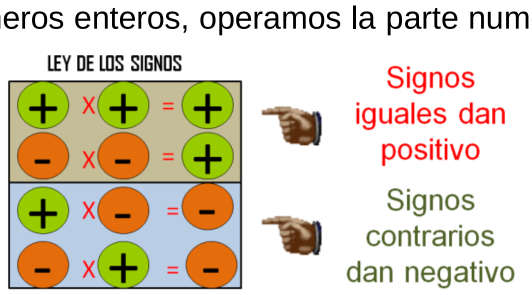
Las ecuaciones de la forma a + x = b siendo a y b números Z, tienen solución en Z. la solución es x = b + (– a) = b – a

a) X + 10 = 15
x = 15 – 10
X = 5

b) X – 13 = 20
x = 20 + 13
X = 33

"Tú puedes aprender,
simplemente necesitas:
Dedicación,
Constancia
y ganas.

MULTIPLICACIÓN DE NÚMEROS ENTEROS: Para hallar el producto de dos o más números enteros, operamos la parte numérica y luego aplicamos la ley de los signos.



Ejemplo
a) 7 x 4 = 28
b) – 4 x (– 4) = 16
c) – 6 x 7 = – 42
d) 4 x (– 4) = – 16
e) 2(– 3)(– 1) = 6
f) – 4(– 2)(– 5) = – 40

PROPIEDADES DE LA MULTIPLICACION EN Z

La multiplicación en Z cumple las mismas propiedades de la multiplicación en N

P. CLAUSURATIVA: el producto de dos enteros es siempre otro número entero.
Ejemplo: a. 6 x 8 = 48 b. 5 x (– 4) = – 20

P. CONMUTATIVA: al multiplicar dos o más números enteros el orden de los factores se puede cambiar y no afecta el resultado. Ejemplo:

a. 8 x 6 = 6 x 8 b. 5 x (− 6) = (− 6) x 5

P. ASOCIATIVA: para multiplicar dos o más números enteros se pueden agrupar los factores y no varía el resultado. Ejemplo:

a) $2 \times \underbrace{(3 \times 5)} = \underbrace{(2 \times 3)} \times 5$
$2 \times 15 = 6 \times 5$
$30 = 30$

b) $3 \times \underbrace{(4 \times (-6))} = \underbrace{(3 \times 4)} \times (-6)$
$3 \times (-24) = 12 \times (-6)$
$-72 = -72$

P. MODULATIVA: el producto de todo número entero y 1 siempre es el mismo número. Ejemplo: a. 4 x 1 = 4 b. – 3 x 1 = – 3

P. DISTRIBUTIVA: el producto se distribuye sobre la suma y sobre la resta.

***con respecto a la adición**: un factor que multiplica a una suma se distribuye multiplicando el factor por cada sumando y luego se suman los productos.

factor sumandos
a x (b + c) = (a x b) + (a x c)

Ejemplo

a) 2 x (3 + 5) = $\underbrace{(2 \times 3)}$ + $\underbrace{(2 \times 5)}$
= 6 + 10
= 16

b) 3 x ((– 2) + 4) = (3 x (–2)) + (3 x 4)
= – 6 + 12
= 6

***con respecto a la sustracción:** un factor que multiplica a una resta se distribuye multiplicando el factor por el minuendo y el sustraendo y luego se restan los productos

factor minuendo sustraendo
a x (b – c) = (a x b) – (a x c)

Ejemplo

a) 2 x (5 – 3) = $\underbrace{(2 \times 5)}$ – $\underbrace{(2 \times 3)}$
= 10 – 6
= 4

b) 5 x ((– 3) – (– 2)) = (5 x (– 3)) – (5 x (– 2))
= – 15 – (– 10)
= – 5 +

DIVIDISIÓN DE NÚMEROS ENTEROS

Para dividir Z operamos la parte numérica y luego aplicamos la ley de los signos. El cero nunca puede ser divisor. Las divisiones deben ser exactas. Ejemplo:

a. 28 ÷ 4 = 7 b. – 54 ÷ (– 3) = 18 c) 64 ÷ (– 4) = – 16

Siempre se deben multiplicar o dividir los números y luego aplicar las reglas de signos para dichas operaciones (las reglas de signos para la suma son para la suma y no deben ser confundidos con los de estas otras operaciones).

OPERACIONES COMBINADAS

En las operaciones combinadas generalmente se utilizan los signos de agrupación, los cuales deben eliminarse empezando por el mas interior.

- **todo signo de agrupación precedido del signo más(+) se puede suprimir (quitar), dejando todos las cantidades con su propio signo**
  a. 3 + (5 + 4) = 3 + 5 + 4 = 12 b. 6 + (–3 + 7) = 6 – 3 + 7 = 13 – 3=10

- **cuando un signo de agrupación esté precedido por un signo menos(–), las cantidades cambian de signo**
  a. 3 – (5 + 4) = 3 – 5 – 4 = 3 – 9= –6 b. 6 – (–3 – 7) = 6 + 3 + 7 = 16

INSTITUCION EDUCATIVA LAS FLORES

AREA: MATEMÁTICA **DOCENTE: RAÚL E. PINO** **GRADO: SEPTIMO**

ACTIVIDADES

1. Escribe el signo mayor que(>) y menor que(<) o igual que(=) según corresponda

a) 9 ___ –9 f) –3___5
b) 12___–3 g) –7___–7
c) –8___ 8 h) –4___4
d) 5___ – 5 i) 3___–4
e) –4___0 j) 2___–3

2. Ordena en forma descendente (mayor a menor) los siguientes números enteros

a) 9,–7,–6,0,–3,–1,4,–8,–5,7
b) 2,–4,–5,1,–9,–8,0,6,–3,8,4
c) –1, –9, –8,3,6,–2,8,–6,9,1
d) –4,–7,–6,–5,5,3,–2,–1,–3,6
e) 6,8,–6,–4,3,1,–3,–5,–7,–8

3. Escribe el anterior y el posterior de los siguientes números enteros

a) __ –3 __ f) __6___
b) __–2__ g) __–1__
c) __–4___ h) __–5__
d) __–7___ i) __1__
e) __0__ j) __5__

4. Resolver las operaciones indicadas:

a) 3 + 4 =
b) 8 + 3 =
c) 6 + 8 =
d) 5 + 3 + 4 + 6 + 6 =
e) – 2 – 4 =
f) – 8 – 5 =
g) – 3 – 3 – 3 =
h) – 4 + 5 – 6 – 8 – 7 =
i) –4 – 6 – 5 – 6 – 3 =
j) – 9 + (–5) + (–6) =

5. Resolver

a) – 3 + 4 =
b) – 6 + 8 =
c) 5 – 3 + 4 – 6 + 6 =
d) 2 – 3 + 6 – 7 – 8 =
e) 2 – (– 4) =
f) 8 – (–5) =
g) – 4 – (– 7) =
h) – 4 – 5 – (–6) – 8 – 7
i) – 3 – 5 – (–7) =
j) –3 – 4 – 6 – 4 =

6. Desarrollar

a) 3 x 4 = f). – 42 ÷ (– 7) =
b) – 6(– 8) = g). – 85 ÷ (– 5) =
c) 8 (– 3) = h). 28 ÷ (– 4) =
d) 5(–3)(–2) i). – 36 ÷ 3 =
e) 2(–3)(–4)(–2)= j). – 54 ÷ 3 =

7. completa los enunciados

a. Para sumar enteros positivos, se _______ sus valores absolutos y el resultado es _________

b. Para sumar enteros negativos, se ________ sus valores absolutos y se le escribe el signo ________ al resultado

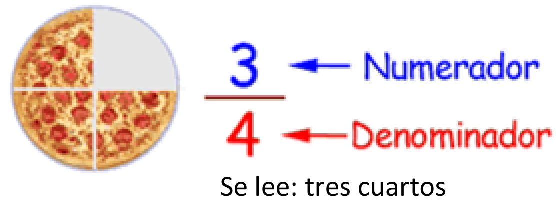
c. Para sumar dos enteros de diferentes signos se ________sus valores absolutos y al resultado se le escribe el signo del entero con _______ valor absoluto

d. En la multiplicación el producto de dos enteros con el mismo signo es ________

e. En la multiplicación el producto de dos enteros de signo diferente es _________

NÚMEROS RACIONALES

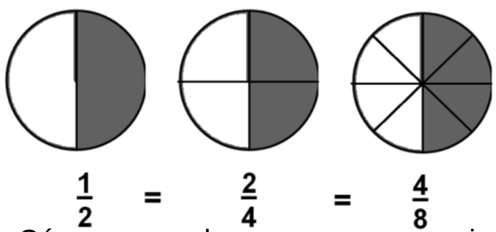
NÚMEROS FRACCIONARIOS: si dividimos un objeto o unidad en varias partes iguales, a cada una de ellas, o a un grupo de esas partes, se les denomina fracción. La fracción está formada por dos términos, el número situado en la parte superior se llama numerador y al colocado debajo, denominador.

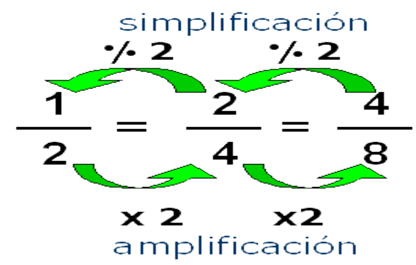


El **denominador** indica el número de partes en que se divide la unidad; mientras el **numerador**, el número de partes que se toman de la unidad.

FRRACCIONES EQUIVALENTES

Si a una fracción multiplicamos o dividimos su numerador y su denominador por el mismo número se obtiene una fracción equivalente.



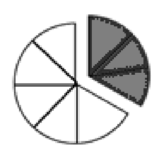


¿Cómo comprobamos que son equivalentes? Podemos multiplicar en cruz y el resultado tiene que coincidir. Comprobemos lo anterior

$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} \Rightarrow 1 \times 4 = 2 \times 2$ $\quad \frac{2}{4} = \frac{4}{8} \Rightarrow 2 \times 8 = 4 \times 4$ $\quad \frac{1}{2} = \frac{4}{8} \Rightarrow 1 \times 8 = 2 \times 4$

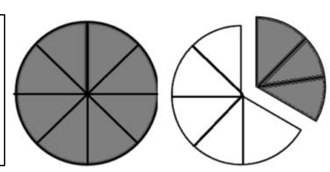
FRACCIONES PROPIAS E IMPROPIAS

FRACCIONES PROPIAS: son aquellas en las que el numerador es menor que el denominador, por lo tanto, son menores que la unidad.



$\frac{3}{8} < 1$

FRACCIONES IMPROPIAS: son aquellas en las que el numerador es mayor que el denominador, por lo tanto, son mayores que la unidad.



$\frac{11}{8} > 1$

*Toda fracción impropia puede transformarse en un número entero y una fracción propia, Llamado número mixto. Para pasar una fracción impropia a número mixto se procede de la siguiente manera:

1 Se divide el numerador por el denominador
2 El cociente es el entero del número mixto
3 El resto es el numerador de la fracción
4 El denominador es el mismo de la fracción impropia

Fracción impropia	Algoritmo de la división	Expresión mixta
$\frac{8}{5}$	$8 \mid 5$; 3 1	$1\frac{3}{5}$ Se lee: un entero tres quintos

*Para pasar de un número mixto a una fracción impropia se procede de la siguiente manera

1 Se deja el mismo denominador
2 El numerador es la suma de la multiplicación del entero por el denominador más el numerador del número mixto.

Expresión mixta	Procedimiento	Fracción impropia
$1\frac{3}{5}$	$\frac{(5 \times 1) + 3}{5} = \frac{8}{5}$	$\frac{8}{5}$

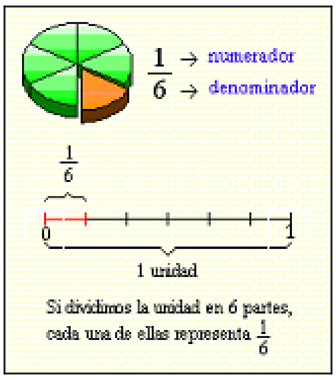
LOS NÚMEROS RACIONALES

Todos los números que se pueden escribir de la forma $\frac{a}{b}$, donde a y b son números enteros, pertenecen al conjunto de los números racionales.

Los números racionales contienen a los números enteros, porque todo número entero se puede escribir como el cociente de dos enteros

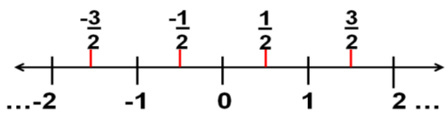
El conjunto de los números racionales se simboliza con la letra “Q” donde

$Q = \{ \frac{a}{b}$, donde a, b ϵ Z y b ≠ 0 }



Para representar un racional en la recta numérica se divide cada unidad en tantas partes iguales como lo indique el denominador y se toman las partes que indica el numerador

De esta manera, si se divide en dos partes iguales cada segmento unidad en la recta numérica, podemos representar los números racionales cuya representación fraccionaria tiene como denominador 2, como se muestra en el ejemplo siguiente.



ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE NÚMEROS RACIONALES

CON IGUAL DENOMINADOR: Para sumar o restar números racionales con diferente denominador (HOMOGENEA) se suman o se restan los numeradores y el resultado es un número racional con el mismo denominador. Ejemplo:

$$a.\frac{6}{4}+\frac{3}{4} = \frac{9}{4} \qquad b.\frac{1}{3}+\frac{5}{3}-\frac{2}{3}=\frac{1+5-2}{3}=\frac{4}{3}$$

CON DIFERENTE DENOMINADOR: Para sumar o restar números racionales con diferente denominador (HETEROGENEA) se busca el mínimo común múltiplo (M.C.M) de los denominadores. Luego se divide el M.C.M entre el denominador de la primera fracción y el cociente se multiplica por el numerador, en la segunda fracción se repite el mismo proceso. Ejemplo:

$$a.\frac{3}{4}+\frac{5}{6}=\frac{9+10}{12}=\frac{19}{12}$$

$$\begin{array}{cc|c} 4 & 6 & 2 \\ 2 & 3 & 2 \\ 1 & 3 & 3 \\ & 1 & \end{array}$$

2 x 2 x 3 = 12

m.c.m (4,6)= 12

$$b)\ \frac{3}{2}-\frac{5}{8}+\frac{1}{6}=\frac{36-15+4}{24}=\frac{25}{24}$$

$$\begin{array}{ccc|c} 2 & 8 & 6 & 2 \\ 1 & 4 & 3 & 2 \\ & 2 & 3 & 2 \\ & 1 & 3 & 3 \\ & & 1 & \end{array}$$

2 x 2 x 2 x 3 = 24

m.c.m (2,8,6)= 24

También podemos sumar o restar racionales multiplicamos el numerador de la primera fracción por el denominador de la segunda, el denominador de la primera fracción por el numerador de la segunda y luego se multiplican los denominadores entre sí. En general

si $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$ ϵ Q entonces $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times d + b \times c}{b \times d}$ Para la adición $a.\frac{3}{4} \times \frac{5}{6} = \frac{18+20}{24} = \frac{38}{24} = \frac{19}{12}$

$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times d - b \times c}{b \times d}$ Para la sustracción b) $\frac{5}{2} \times \frac{4}{8} = \frac{40-8}{16} = \frac{32}{16} = 2$

MULTIPLICACIÓN DE RACIONALES

Para multiplicar dos números racionales, se multiplica numerador con numerador y denominador con denominador. En general.

Si $\frac{a}{b}$ ϵ Q y $\frac{c}{d}$ ϵ Q entonces: $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$

a) $\frac{5}{3} \times \frac{4}{7} = \frac{20}{21}$

b) $\frac{8}{3} \times \frac{5}{2} \times \frac{2}{4} = \frac{80}{24} = \frac{10}{3}$

$$\begin{array}{c} 10 \\ 20 \\ 40 \\ 80 \\ \hline 24 \\ 12 \\ 6 \\ 3 \end{array}$$

DIVISÓN DE RACIONALES

Para dividir dos racionales, multiplicamos al dividendo por el inverso (o reciproco) multiplicativo del divisor. El resultado de esta operación es el cociente de la división requerida es decir.

Si $\frac{a}{b}$ ϵ Q y $\frac{c}{d}$ ϵ Q entonce $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{a \times d}{b \times c}$

a) $\frac{5}{3} \div \frac{4}{7} = \frac{5}{3} \times \frac{7}{4} = \frac{35}{12}$ b) $-6 \div \frac{4}{3} = -6 \times \frac{3}{4} = \frac{\overset{9}{-18}}{\underset{2}{4}} = -\frac{9}{2}$

También la división de dos fracciones es otra fracción cuyo numerador es el producto del numerador de la primera por el denominador de la segunda fracción, y cuyo denominador es el producto del denominador de la primera fracción por el numerador de la segunda:

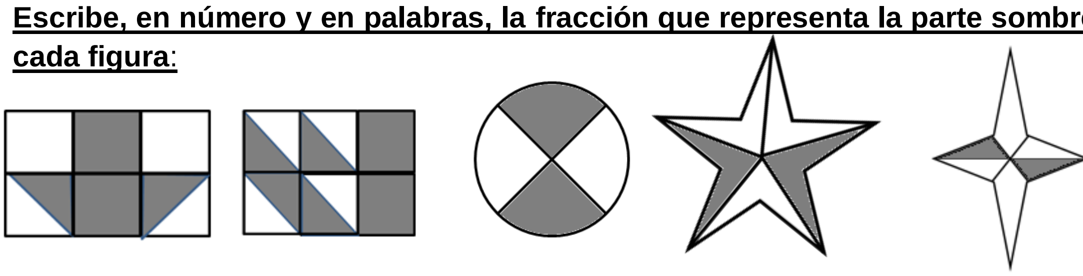
a. $\frac{3}{4} \div \frac{5}{2} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$ **b.** $\frac{6}{5} \div \frac{1}{4} = \frac{24}{5}$

INSTITUCION EDUCATIVA LAS FLORES

AREA: MATEMÁTICA **DOCENTE: RAÚL E. PINO** **GRADO: SEPTIMO**

ACTIVIDADES

1. **Escribe, en número y en palabras, la fracción que representa la parte sombreada de cada figura**:



Fracción: ___ Fracción:___ Fracción:___ Fracción:___ Fracción:___

Se lee: ________ Se lee:________ Se lee:______ Se lee:________ Se lee:________

2. **simplificar las siguientes fracciones:**

$a.\frac{10}{18}$ $b.\frac{20}{24}$ $c.\frac{21}{24}$ $d.\frac{40}{200}$ $e.\frac{210}{280}$

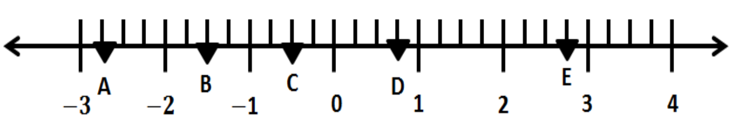
3. **Transforma las siguientes fracciones impropias en mixtas**

$a.\frac{8}{5}$ $b.\frac{7}{4}$ $c.\frac{25}{9}$ $d.\frac{36}{7}$ $e.\frac{25}{4}$

4. **Transforma las siguientes expresiones mixtas en fracciones impropias**

$a.2\frac{1}{4}$ $b.3\frac{1}{2}$ $c.7\frac{7}{9}$ $d.10\frac{3}{4}$ $e.8\frac{3}{4}$

5. **Identifica el racional en cada uno de los puntos:**



A.__ B.__ C.___ D.__ E.__

6. **Halla la expresión decimal en cada caso y clasifícala en decimal finita decimal infinita periódica pura o periódica mixta**

a. $\frac{5}{4}$ b. $\frac{15}{9}$ c. $\frac{7}{6}$ d. $\frac{14}{8}$ e. $\frac{4}{16}$

EL QUE **NO QUISO** CUANDO PUDO, **NO PODRÁ** CUANDO QUIERA…
Atte: LA OPORTUNIDAD.

7. **Halla el resultado en cada caso y simplifica si es posible**:

$a.\frac{3}{4}+\frac{5}{2}$ $b.-\frac{6}{5}-\frac{7}{4}$ $c.\frac{1}{6}-\frac{3}{8}$ $d.\frac{4}{9}-\left(-\frac{3}{6}\right)$ $e.\frac{1}{4}+\frac{3}{2}-\frac{2}{6}$

8. **Halla el resultado en cada caso y simplifica si es posible:**

$a.\frac{3}{4}X\frac{5}{2}$ $b.-\frac{6}{5}X\frac{1}{4}X\frac{3}{2}$ $c.\frac{1}{6}X8$ $d.\frac{4}{9}\div\left(-\frac{3}{6}\right)$ $e.\frac{1}{4}\div 8$